

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

สาระสำคัญ

บทนิยาม 1

ลำดับ (sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

บทนิยาม 2

ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) คือ ลำดับซึ่งมีผลต่างที่ได้จากการนำพจน์ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นผลต่างนี้ว่า ผลต่างร่วม (common difference)

จากบทนิยาม ลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ จะเป็นลำดับเลขคณิต ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว d ที่ $a_{n+1} - a_n = d$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ a_1 เป็นพจน์แรก และ d เป็นผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

จุดประสงค์การเรียนรู้

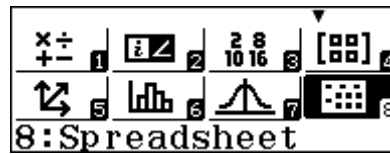
นักเรียนสามารถหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนบทนิยามของลำดับและสนทนาเกี่ยวกับลำดับที่มีผลต่างที่เกิดจากพจน์ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน ลำดับลักษณะนี้จะเรียกว่าลำดับเลขคณิต จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตได้
2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 1 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบ และให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจ และหาความสัมพันธ์)
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรมที่ 1

4. จากใบกิจกรรมข้อที่ 1 ครุยยกตัวอย่างการแก้ปัญหา ซึ่งมีแนวการหาคำตอบดังนี้

4.1 ใช้ MENU 8 : Spreadsheet



	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

4.2 ใน Column A จะป้อนค่า n ตั้งแต่ 1 – 10 ทำดังนี้

- ใน cell A1 ป้อน 1 กด **1** **=**

	A	B	C	D
1	1			
2				
3				
4				

- ใน cell A2 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

- ป้อนสูตร กด **ALPHA** **(-)** **1** **+** **1** **=**

Fill Value
Value :
Range :A2:A2

- กำหนด Range A2:A10 กด

▶▶▶▶▶▶▶▶▶▶ **DEL** **1** **0**

Fill Value
Value :A1+1
Range :A2:A2

Fill Formula
Form =A1+1
Range :A2:A2

- กด **=** **=** หน้า Column A จะแสดงค่า A1 – A10

Fill Value
Value :A1+1
Range :A2:A10

	A	B	C	D
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			

=A1+1

4.3 ใน Column B จะป้อนค่า ลำดับเลขคณิต $a_1 = 7$ และ $d = 3$ ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell B1  

	A	B	C	D
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน Cell B1 ป้อนค่า $a_1 = 7$ กด **7** **=**

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน cell B2 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Formula
Form =
Range :B2:B2

- ป้อนสูตร กด **ALPHA** **↔** **1** **+** **3** **=**

Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B2

- กำหนด Range B2:B10 กด       **DEL** **1** **0**

Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B2

Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B10

- กด **=** **=** หน้า Column B จะแสดงค่า B1 – B10

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2	10		
3	3	13		
4	4	16		

=B1+3

4.4 ให้นักเรียนสำรวจค่าใน Column B ว่าเป็นลำดับเลขคณิตที่ $a_1 = 7$ และ $d = 3$

4.5 ใน Column C จะป้อนค่า $a_n - a_1$ ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell C1  

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2	10		
3	3	13		
4	4	16		

- ใน Cell C1 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Formula
Form =
Range :C1:C1

- ป้อนสูตรกด **ALPHA** **□** **1** **=** **OPTN** **1** **ALPHA**
□ **OPTN** **1** **1** **=**

Fill Formula
Form =B1-\$B\$1
Range :C1:C1

- กำหนด Range C1:C10 กด

▶▶▶▶▶▶▶▶▶▶ **0**

Fill Formula
Form =B1-\$B\$1
Range :C1:C10

- กด **=** **=** หน้า Column C จะแสดงค่า C1 – C10

	A	B	C	D
1	1	7	0	
2	2	10	3	
3	3	13	6	
4	4	16	9	

=B1-\$B\$1

4.6 ใน Column D จะป้อนค่า $(n-1)d$ ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell D1 **▶**

	A	B	C	D
1	1	7	0	
2	2	10	3	
3	3	13	6	
4	4	16	9	

- ใน Cell D1 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Formula
Form =
Range :D1:D1

- ป้อนสูตรกด **(** **ALPHA** **(-)** **1** **=** **1** **)**
× **3** **=**

Fill Formula
Form =(A1-1)×3
Range :D1:D1

- กำหนด Range D1:D10 กด

▶▶▶▶▶▶▶▶▶▶ **0**

Fill Formula
Form =(A1-1)×3
Range :D1:D10

- กด **=** **=** หน้า Column D จะแสดงค่า
D1 – D10

	A	B	C	D
1	1	7	0	0
2	2	10	3	3
3	3	13	6	6
4	4	16	9	9

=(A1-1)×3

- ให้นักเรียนสำรวจค่าที่ได้และบันทึกลงในใบกิจกรรม และจะพบว่าค่าใน Column C จะเท่ากับค่าใน Column D จะได้ว่า $a_n - a_1 = (n-1)d$
- กิจกรรมข้อที่ 2) – 3) ให้นักเรียนทำเป็นกลุ่มโดยมีขั้นตอนการปฏิบัติเช่นเดียวกับกิจกรรมข้อ 1)
- เมื่อทำกิจกรรมเสร็จทั้ง 3 ข้อ นักเรียนจะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

$$a_n - a_1 = (n-1)d \quad \text{ดังนั้น} \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad (\text{ขั้นสรุปความสัมพันธ์})$$

- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต
3. แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

1) กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1 = 7$ และ $d = 3$ จงหา

$$a_2 = \dots\dots\dots a_2 - a_1 = \dots\dots\dots 1d = \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots a_3 - a_1 = \dots\dots\dots 2d = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots\dots a_4 - a_1 = \dots\dots\dots 3d = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = \dots\dots\dots a_5 - a_1 = \dots\dots\dots 4d = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = \dots\dots\dots a_6 - a_1 = \dots\dots\dots 5d = \dots\dots\dots$$

$$a_7 = \dots\dots\dots a_7 - a_1 = \dots\dots\dots 6d = \dots\dots\dots$$

$$a_8 = \dots\dots\dots a_8 - a_1 = \dots\dots\dots 7d = \dots\dots\dots$$

$$a_9 = \dots\dots\dots a_9 - a_1 = \dots\dots\dots 8d = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots a_{10} - a_1 = \dots\dots\dots 9d = \dots\dots\dots$$

2) กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1 = -\frac{4}{5}$ และ $d = \frac{1}{2}$ จงหา

$$a_2 = \dots\dots\dots a_2 - a_1 = \dots\dots\dots 1d = \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots a_3 - a_1 = \dots\dots\dots 2d = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots\dots a_4 - a_1 = \dots\dots\dots 3d = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = \dots\dots\dots a_5 - a_1 = \dots\dots\dots 4d = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = \dots\dots\dots a_6 - a_1 = \dots\dots\dots 5d = \dots\dots\dots$$

$$a_7 = \dots\dots\dots a_7 - a_1 = \dots\dots\dots 6d = \dots\dots\dots$$

$$a_8 = \dots\dots\dots a_8 - a_1 = \dots\dots\dots 7d = \dots\dots\dots$$

$$a_9 = \dots\dots\dots a_9 - a_1 = \dots\dots\dots 8d = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots a_{10} - a_1 = \dots\dots\dots 9d = \dots\dots\dots$$

3) กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1 = 152$ และ $d = -7$

$$a_2 = \dots\dots\dots a_2 - a_1 = \dots\dots\dots 1d = \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots a_3 - a_1 = \dots\dots\dots 2d = \dots\dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots\dots a_4 - a_1 = \dots\dots\dots 3d = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = \dots\dots\dots a_5 - a_1 = \dots\dots\dots 4d = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = \dots\dots\dots a_6 - a_1 = \dots\dots\dots 5d = \dots\dots\dots$$

$$a_7 = \dots\dots\dots a_7 - a_1 = \dots\dots\dots 6d = \dots\dots\dots$$

$$a_8 = \dots\dots\dots a_8 - a_1 = \dots\dots\dots 7d = \dots\dots\dots$$

$$a_9 = \dots\dots\dots a_9 - a_1 = \dots\dots\dots 8d = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots a_{10} - a_1 = \dots\dots\dots 9d = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 1) – 3) สร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

ลำดับเลขคณิตที่มีพจน์แรกคือ a_1 และผลต่างร่วมคือ d

$$a_n - a_1 = \dots\dots\dots$$

จึงได้

$$a_n = \dots\dots\dots$$

แบบฝึกทักษะที่ 1

เรื่อง พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

- 1) กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1 = 17$ และ $d = 3$ จงหาพจน์ที่ 100

.....

.....

.....

.....

- 2) กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1 = \frac{4}{5}$ และ $d = -\frac{1}{2}$ จงหาพจน์ที่ 10

.....

.....

.....

.....

- 3) ให้ลำดับเลขคณิตมี $a_1 = 32$ และ $d = \frac{1}{2}$ จงหาพจน์ที่ n

.....

.....

.....

.....

- 4) ให้ลำดับเลขคณิตมี $a_5 = 28$ และ $a_8 = 58$ จงหา a_1 และ d

.....

.....

.....

.....